



TITLE:

渦輪の衝突 (統計流体力学の研究)

AUTHOR(S):

大島, 裕子

CITATION:

大島, 裕子. 渦輪の衝突 (統計流体力学の研究). 数理解析研究所講究録
1977, 298: 161-176

ISSUE DATE:

1977-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/106251>

RIGHT:

渦輪の衝突

お茶の水大学理 大島 裕子

はじめに

乱流を実験的に明らかにするには、流れの場の一点ごとに Hot Wire を挿入して、その出力を統計的に処理して定量化されたものと、数学的に解析されたものとの実地的な意味や物理的関連をつけることが一般的な方法である。しかし、流れの場全体を一瞬にとらえる観測的な、いわゆる流れの可視化の方法は、直接統計量に結びつくような多くの物理量を得ることは困難である上に、観測者の見方や照明などによって流れ自身まで異なつて見えることもある反面、Hot Wire の測走からでは推測しえなかつた新しい現象に遭遇することがある。また乱流場は無数の大小さまざまな渦糸の集団と考えられ、それらが相互に影響を及ぼしあいながら、流場を変化させ、エネルギーの授受を行なつてゐるものと思われるので、渦糸の相互作用をしらべることは、乱流の機構を理解し、遂

場のメカニズムを説明するための一つの手段と思われるが、
 ここでは渦輪を用いて渦糸の相互作用を可視化による流場全
 体のふるまいとして検べた。渦輪は再現性よく作るこゝか
 出来、またそれ自身ループを作るための境界の影響とうける
 ことがないことから、渦糸を直線状で作るよりも容易であり
 適当と思われる。

1876年に O. Reynolds¹⁾ によって Nature に渦輪の実験
 の報告がなされて以来、実に100年の歳月が流れた。この間
 に多くの非粘性流体としての渦輪の理論的な取扱ひと、粘
 性と分離するこゝか出来ない実験的研究が行なわれ、定性的
 には比較的良好な一致をみるものの、常に粘性に起因すると思
 われる不一致があった。この数年来 Jaffman²⁾, Kambe &

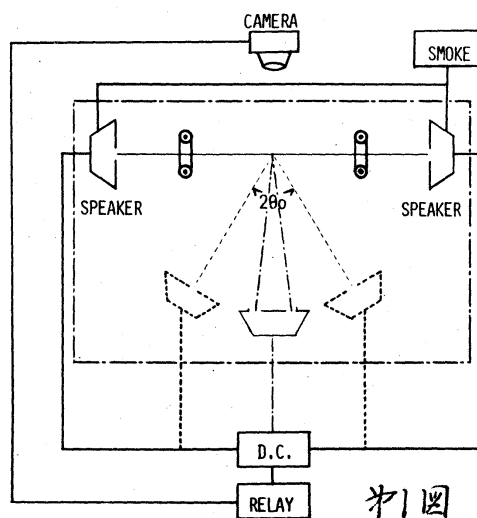
Oshima³⁾ などの粘性を考慮した理論や数値計算が行なわれ、
 実験とよく一致する結果を得ている。又渦輪の相互作用につ
 いても古くは非粘性としての考察がなされたものの、さきに
 述べたように乱流を数多くの渦糸の集団とする観点から、そ
 の基本的な一要素とする考えにもとづいて、いくつかの実験
 及び数値計算がなされている。Oshima, Kambe & Asaka⁴⁾,

Oshima & Asaka⁵⁾ Fohl & Turner⁶⁾。又成層流中で渦糸
 のつなぎかえの実験が試みられたが、密度差等により渦糸の
 つなぎかえはおこらないことが報告されている。Honji & Tatsuoka⁷⁾

以下の各節に角度をもつて衝突する二つの渦輪の相互作用の過程について、可視化の方法によって行なわれた実験の結果を報告する。

3 実験装置及び方法

実験装置のダイヤグラムをFig. 1に示す。渦輪は低周波領域にその特性をもつ二つのスピーカーを同時に駆動することによつて、スピーカーの前面にとりつけられた直径4 cmの穴から同一の大きさと初速度をもつ渦輪が放出される。 HCl と NH_4OH を反応させて作られた NH_4Cl の煙をスピーカーと穴板の間に送り込むことによつて渦輪は可視化される。同一平面でおたがいの進行方向のなす角 $2\theta_0$ を 0° （平行な軸に沿って進行する二つの渦輪のばあい）から 180° （二つの渦輪の正面衝突）まで種々の $2\theta_0$ について、いずれのばあいも支臺まで20 cmがあるようにスピーカーとセフトした。（ $2\theta_0 = 0^\circ$ のばあいにはこの距離は無限となるので、直径分だけ離れた二つの穴から作られる渦輪とし、また $2\theta_0$ が小さくときには二つのスピーカーがぶつかるので、一つのスピーカーに二枚



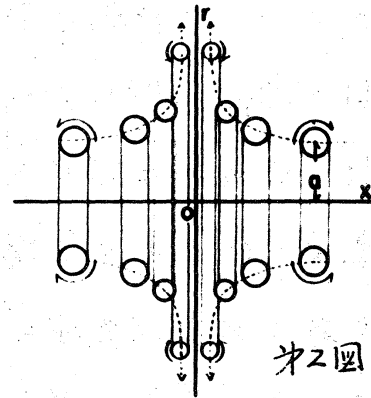
の穴板を角度をむつてとりつけて二つの渦輪を作った。) スピーカーに流す直流電流の制御によって渦輪の初速度 v_0 は制御されるので、各々の角度について初速度を変化させ、相互の干渉の様子を観測するとともに、35mmカメラ、16mmシネカメラ及びビデオシステムを用いて撮影・記録を行なった。実験のなされた初速度 v_0 は $5 \text{ cm/sec} \sim 60 \text{ cm/sec}$ である。

3 実験結果

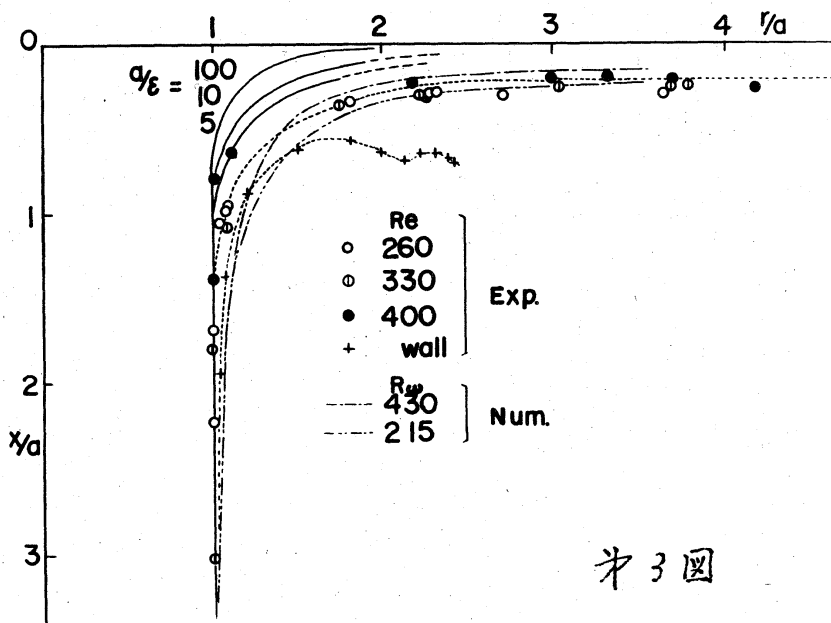
この実験において二つの渦輪の相互作用の典型的な例は、 $2\theta_0 = 0^\circ$ の平行に進行する二つの渦輪が、相互の誘導速度によって近づく渦糸のつながりかえをおこなって変形した渦輪をつくったり、二つの渦輪を再形成するばあいと、 $2\theta_0 = 180^\circ$ の正面衝突のばあいであって、その間の種々の角度は、いわばそれら二つのばあいの合成であって、それぞれの渦糸の誘導する力の大小関係によってその運動が変化する。 $2\theta_0 = 0^\circ$ のばあいについては、初速度 v_0 の変化に伴って渦糸のつながりかえにいくつかの型があり、すでにくわしい報告がなされているので (Oshima & Asaka⁸⁾)、ここでは省略し $2\theta_0 = 180^\circ$ について詳しく述べ、更に 180° 以下の角度について、その結果を報告する。

○ $2\theta_0 = 180^\circ$: 正面衝突

才2図に示すように、相対する渦輪部分について循環の方向が反対であるから、ニツが近づくにつれて各々はお互いに相手の半径を拡げるような力を及ぼしあうとともに、渦輪として目に見える断面積は小さくなる。渦輪の中心断面のみを照射して撮影した写真によつて、その渦糸中心の軌跡をとり、一方の渦輪についてその中心を通る断面の半分を、衝突面からの距離と中心からの距離とをあらわしたのが才3図であり、初速度 U_0 の变化について示されている。同じ図中に stress free の壁に衝突する渦輪について Navier-Stokes の方程式を差分法で数値的に解いた結果が示されているが、測定値とよく一致している。[数値計算においては、計算領域

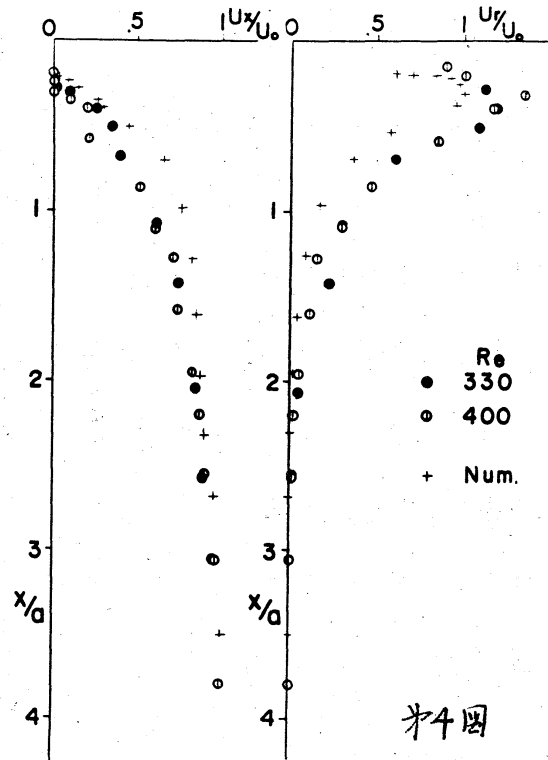


が限定されている上に、計算時間の制限のために半径方向の4倍に拡がるまでしか計算は行なわれなかった。]



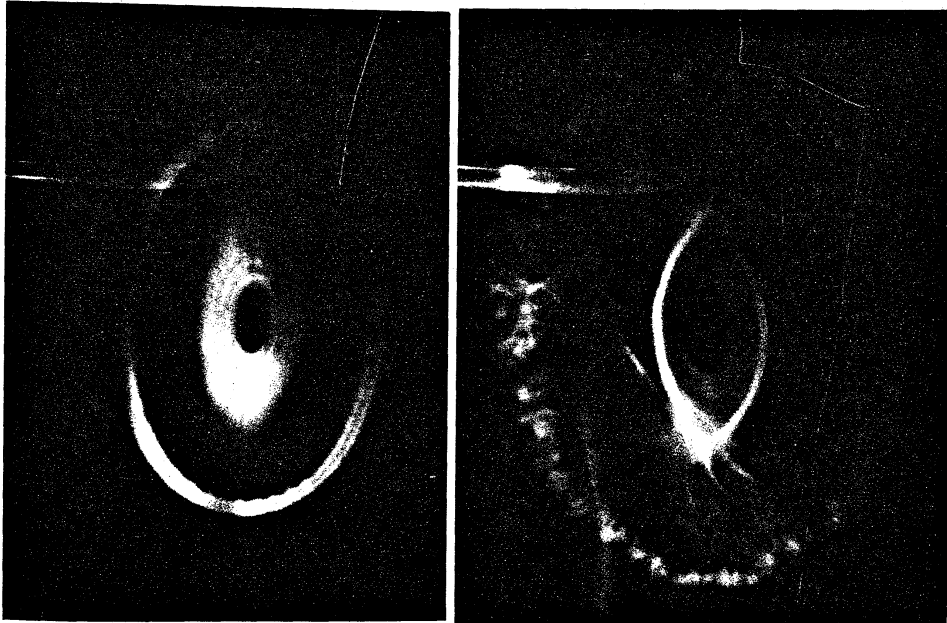
又×印で示されているのは一つの渦輪が自由表面に近づいてゆくばあいの水中で行なわれた実験の結果であるが⁹⁾、固定壁にぶつかるときでも同様に直径の2倍あたりから、表面より遠く近くで振動をしながらわずかに広がってそこにとどまる。これは境界があることによつて粘性の効果のある境界層が生じて輪が広がってゆくことをおしとどめ、しかもそれが境界からの差によつて多少の差を生じるため、これが回転するにつれて振動の形として観測されるものと思われる。同じ図に Dyson¹⁰⁾によつて解析された渦糸の太さも考慮した非粘性のばあいの結果も示してあるが、渦輪の半径と渦糸断面の半径の比によつて境界に近づく様子が示されており、非粘性であるために実験よりもはるかに境界に近づくことが示されている。渦輪の運動においては、非粘性の解析が水と空気など比較的に粘性の小さい流体で行なわれる実験と一般的にはよく一致することが知られている反面、境界附近や渦糸の相互作用などでは粘性の効果は局所的に大きな影響をもつ。才4図には各点での速度を衝突面に垂直な方向 U と半径方向 V のそれぞれについて、衝突面からの距離に対する数値計算の結果とともに示してある。この結果相互の距離が半径程度に近づくと急速に速度の変化があらわれ、約0.7半径のところでその変化率が最大となる。

次にこの正面衝突で初速度を増大してゆくと、半径の拡大が渦糸のつびに追いつかないかの如く、半径がある程度まで拡大すると各々の渦輪の渦糸が三次元的に波状になり、自分自身の渦糸または相対して11の渦輪の渦糸どうしの接近して113それぞれの部分で渦糸のつなぎかえを行ない、大きな環状になつた=本の引きのばされた渦糸は一瞬にして一連の小さな輪をつらねた首飾りのような輪をつくり、わずかの間放射状に外側にひろがるが、すぐに散逸してしまふ。勿論この変化も初速度に



第4図

左
0.40
sec
右
0.52
sec

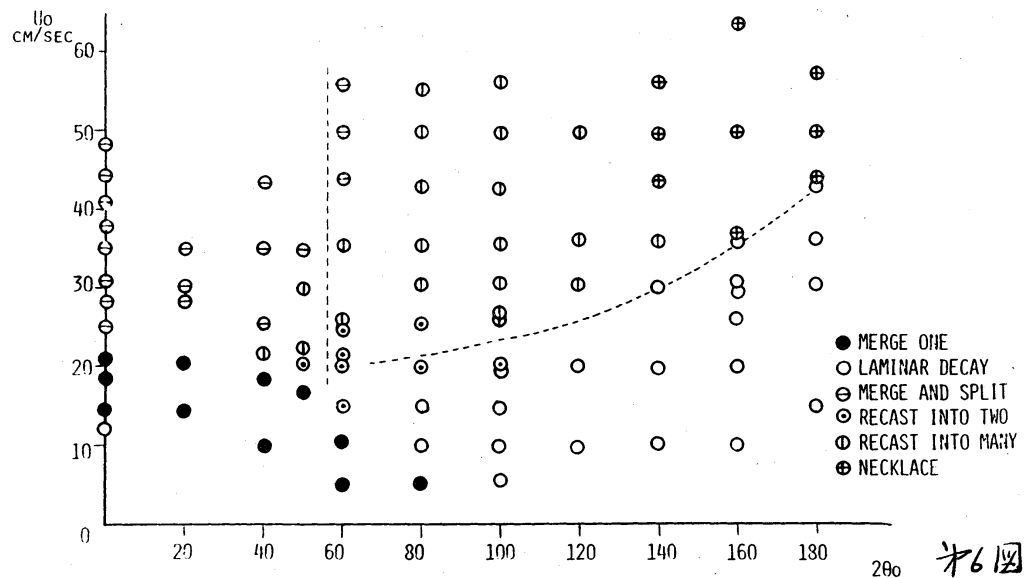


第5図

よって異なり、首飾りか比較的大きな輪で構成されるものから、大きい初速度では無数の小さな集団の形成とともにすぐに消えてしまうものなど、連続的にその様子をかましている。才5回に首飾り状となつた手裏の時間変化の例を示す。

○ $0^\circ < 2\theta_0 < 180^\circ$ の衝突

さきに述べたようにこれら9ばあいは $2\theta_0 = 0^\circ$ と 180° のばあいの合成によつてゐるのであるが、着目する各部分によつて個々別々の力が作用するとともに、初速度の変化によつてもさまざまな様相を呈する。才6回には横軸に角度 $2\theta_0$ を縦軸に初速度 U_0 を変化させるときの変化のダイヤグラムを示すが、おおよそ6つの区分に領域を分けることができる。勿論その中にも細かくみればいろいろあり、又変化は連続的?



あるが、全くこの6つの型だけではないが、ある程度の区
分としては一つの目ざしとなる。それらを次にあげる。

1) ●印 $2\theta_0 = \text{小}$, 速度 = 小; ニつの渦輪が相持する一
点でつなぎかえを行なつて一つのゆがんだ渦輪となる。

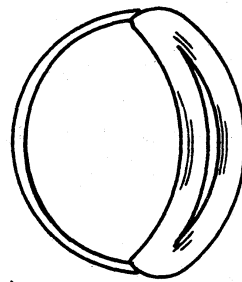
2) ○印 $2\theta_0 = \text{大}$, 速度 = 小; $2\theta_0 = 180^\circ$ の速度が小さ
い時の一様に半径を拡げるときと同様に衝突角の半分の θ_0 の
直線を通る垂直平面をさかいとして両側にその面に沿つてゆ
がんだ渦輪が拡がつてゆく。そのゆがみ加減は $2\theta_0$ によつて
いろいろに異なるが、 $2\theta_0$ が 180° に近い方がゆがみが少ない。

3) ⊙印 $2\theta_0 = \text{小}$, 速度 = 大; つなぎかえで一つの渦
輪になつたのが両度のつなぎかえでニつの渦輪になり、衝突
角 $2\theta_0$ とほとんど同じ角度で、ただし衝突平面に対し 90° の
だけ回転した平面でお互がいにはなれてゆく。

4) ◎印 $2\theta_0 = \text{中間}$, 速度 = 中間のせま領域;

誘導速度によつて渦輪の進行方向より

逆に戻ろうとする部分と進行方向へゆく
部分とが切れると同時に両側の切れた部
分をつなぎかえが起り、角度をもつて接
するニつの渦輪の端で渦糸がつなかつて



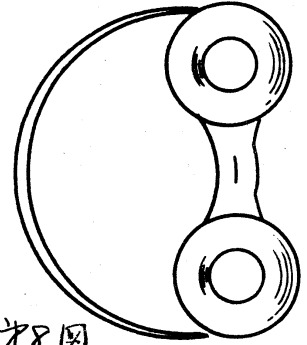
オ7図

いるゆがんだ渦輪と、細い二本の平行な渦糸の両端をつなげ
た形の渦輪と合計ニつの全く異なった形の渦輪ができる。オ7図

このような領域は非常にせまく、また進行方向にはくずれや
あいので時間的にも長くは続かない。

5) ①印 $2\theta_0 = \text{中間}$, 速度 = 大;

4)で述べた逆戻りする部分は存在する
が、前進する部分から一つのゆがんだ渦輪
となるだけでなく、その各部がそれぞれ
の場所での接近する渦糸どうしをつなぎ



第8図

かえを行なうので、その部分で二つ又は三つの渦輪が形成さ
れる。第8図

6) ④印 $2\theta_0 = \text{大}$, 速度 = 大; $2\theta_0 = 180^\circ$ でおこつた
各部の渦糸のつながりかえが、前進方向の速度の早いところで
おこるので、その部分だけで首飾り状の小さな輪のつながり
がみられ、他方は細長い渦糸が二本おちかひの誘導をえの半
径を拓げるようにのびてゆく。初速度の大小と角度の変化に
よつて、ほんの一部だけに首飾り状の渦がみられるときから、
角度が 180° に近づくにつれて全体の渦輪の周にそつて小さな
渦の連続的なつながりになるまで、その拓かりは種々に変化
する。

考察

以上の結果につき渦糸の相互の誘導速度による力の大小関
係を近似的に推定してみよう。

一般に循環 P で半径 ε の渦糸で半径 r_0 の渦輪がつくられる
 ときの渦輪の進行速度 U は

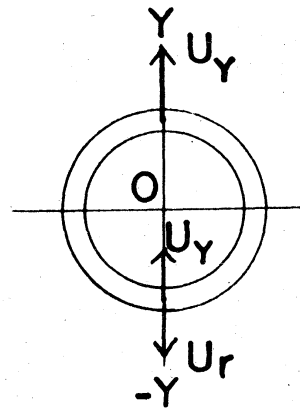
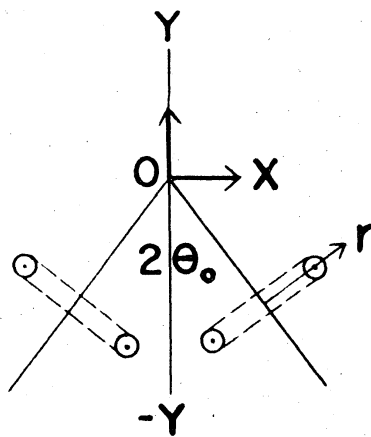
$$U = \frac{P}{4\pi r_0} \log \frac{r_0}{\varepsilon}$$

が与えられる。このような渦輪が角度 $2\theta_0$ の衝突角を近づい
 る時、その一部に着目して渦糸を直線とみなすと、二本の渦
 糸の距離を R としてその誘導する速度はお互いに

$$U = \frac{P}{2\pi R}$$

であるので、この二つの誘導を重ねあわせる。

第9図に示すように
 渦輪の中心の衝突交
 点を原点にとり、渦
 糸のひろがりは $X =$
 0 の平面に沿って半
 径方向にひろがる。



第9図

二つの渦輪がある平面で渦輪の進行方向成分を Y の正の方向
 とすると、 Y 方向の速度は

$$U_Y = U \cos \theta_0 = \frac{P}{4\pi r_0} \log \frac{r_0}{\varepsilon} \cos \theta_0.$$

二つの渦輪が衝突するとき、内側 (Y の負の側) の部分がよ
 り早く影響を受けるので、二本の垂直の渦糸におきかえると

$$U_r = \frac{P}{2\pi R} = \frac{P}{4\pi \cdot 0.7 r_0}$$

となり、これは接近する二つの渦輪のお互かゝの部分の半

径方向のひろがりである。ここで速度の影響の大きい値としてさきの実験での値 $R = 0.7r_0 \times 2$ を用いた。又実験的に得られる v_0/ε はほぼ5程度と推定されるが、これを用いてY方向と U_r の-Y方向の力がつり合う角度を求めると、 $2\theta_0 = 56^\circ$ となる。これが亦6回の縦の破線であつて実験の結果でも進行方向より逆むきにひろがることのない境界を示している。

同様に外側(Yの正の側) ある部分についての速度を誘導速度と進行速度の和とすると

$$U = U_r + U_Y,$$

同様に実験値 $R = 1.4r_0$, $v_0/\varepsilon = 5$ を用いると

$$U = \frac{r}{2\pi r_0} \{ 0.71 + 0.8 \cos \theta \}$$

$2\theta_0 = 180^\circ$ すなわち正面衝突の時に渦輪上に波形の不安定性のみられた初速度 $U_0 = 43 \text{ cm/sec}$ を考慮して、不安定性の速度に起因するとし $U \propto r$ とおいて、角度の变化について U の变化を推定したものが同じく6回の右側の破線である。首飾り状の渦、および多数の渦群に分離するが、不安定性によるとすれば、一応この図で示す区分の説明となり、実験結果が $2\theta_0$ が大きい範囲では、ほぼこの区分が正しいことを示している。

次に角度をもつて衝突する渦輪に接近するときにおこる

の誘導速度が傾きが更に大きくなる過程を考える。

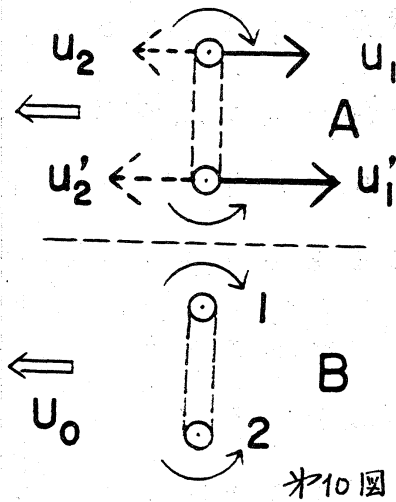
角度の時間的変化をみる間だけは二つの渦輪は自分自身の速度で距離が近づくが、又は影響を及ぼさない程の小さな初角度での範囲をとるかであるが、簡単のためは $2\theta_0$ を 0° とする平行な軸に沿うばあいを考える。才10図に示すように A, B = 二つの渦輪のそれぞれの中を通る断面を切り、四つの渦糸断面が二つずつその向きを反対にして交互に並んでいる四本の平行な渦糸として、A の B によつてうける誘導速度を渦糸によつて 1, 2 の添字をつけてあらわす。

A の渦輪の移動速度をさしひいた系、すなわち渦輪よりみた系で傾きを考え、進行方向に x 、それに垂直に y とする。外側の渦の速度は

$$\Delta u = u_1 - u_2 \propto U_0 f(x, y, \theta)$$

内側の渦の速度は'をつけて表わすと

$$\Delta u' = u'_1 - u'_2 \propto U_0 f(x, y, \theta)$$



傾きは内側の渦と外側の渦の相対速度によつて生ずるとすれば、

$$D \frac{d\theta}{dt} = \Delta u - \Delta u'$$

となる。ここで D は輪の直径であり、1, 2 の距離となる。

初速度 U_0 で進行してゆく渦の角度が時間的に変化すると、そ

れにつれて速度成分はそれぞれ

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta, \quad \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta,$$

となる。 $x = DX$, $y = DY$, $t = \frac{D\tau}{v_0}$ のように無次元化
(た量な場所及び時間を表わすとすれば)

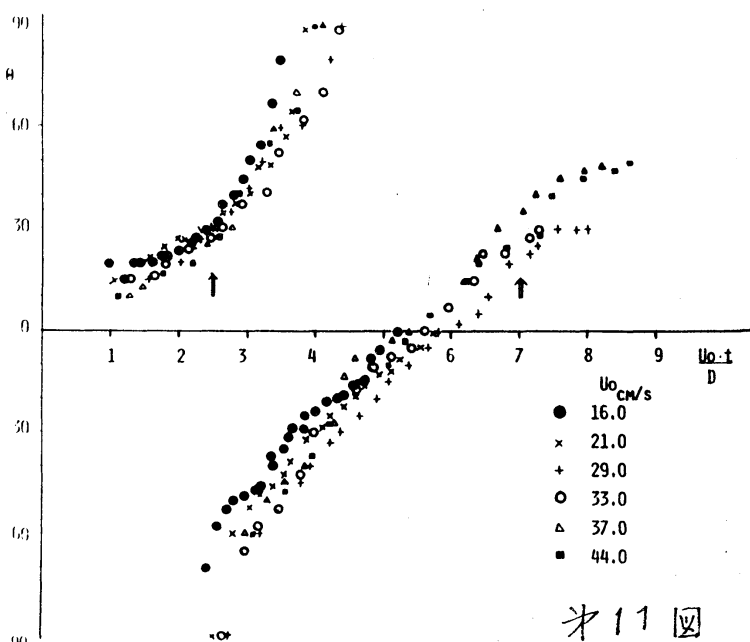
$$\frac{dX}{d\tau} = \cos \theta, \quad \frac{dY}{d\tau} = \sin \theta, \quad \frac{d\theta}{d\tau} = f(X, Y, \theta),$$

となり,

$$\theta = f(X, Y, \theta) \cdot \tau$$

を得る。すなわち傾きは無次元の時間に関しとるとどんな
初速度でも同じとなることと、すなわち水の場所での傾きも初
速度によらず同じとなることか見える。200を0°と1に平行
な軸に沿う渦輪についての実験の傾きと、時間の関係を測定
したのが才11図である。縦軸に傾き θ , 横軸に無次元時間

τ をとつてある
が、初速度の表
化についてほと
んど同じ経路を
とることは明ら
かである。この
図において傾き
は二つの渦輪が
直線上に並んだ



才11図

状態を0としてそこから計り、つなぎかえの後ニツの渦輪の一つ又はニツの渦輪となるときには進行方向を軸として90°回転した方向からみたとき、つなぎかえでできた新しい渦輪の傾きをとつてある。しかもこのときにはニツの渦輪の傾きは負であり、徐々に0に近づき、その後更におなかの誘導で内側に傾く。初速度によつてその経過のいろいろの段階がわかるのであるが、その傾きはほとんど同じ経過を通るとがこの図で示されている。場所によつても初速度によらず同じ場所でも同じつなぎかえをすることの測定により明らかにされている。図中印はつなぎかえを示す。

おわりに

以上の実験及びその考察により、乱流モデルとしての渦輪のふるまいを考へるとき、渦糸のつなぎかえは一つのさけられない現象であるように思われる。実験においては条件を整つたときのみを試みられ論議されるが、自然界でも多種多様の形で渦糸のつなぎかえが行なわれていることであろうし、これらの統合や再配列などの乱流のはじまりとも関連があると思われる。又粘性は渦糸の近くでは大きな影響をもつが、非粘性としての考察はこのような複雑なばあいにも一応の目安と出来ることは明らかである。

References

- 1) O.Reynolds; Nature 14 (1876) 477.
- 2) P.G.Saffman; Studies Appl.Math. 49(1970) 371.
- 3) T.Kambe and Y.Oshima; Jour.Phys.Soc.Japan 38 (1975) 271.
- 4) Y.Oshima,T.Kambe and S.Asaka; Jour.Phys.Soc.Japan 38 (1975) 1159.
- 5) Y.Oshima and S.Asaka; Natural Science Rep.Ochanomizu univ. 26 (1975) 31.
- 6) T.Fohl and J.S.Turner; Physics Fluids 18 (1975) 433.
- 7) H.Honji and M.Tatsuno; Jour.Phys.Soc.Japan 41 (1976) 2121.
- 8) Y.Oshima and S.Asaka; Jour.Phys.Soc.Japan 42 (1977) 708.
- 9) Y.Oshima; Natural Science Rep.Ochanomizu Univ. 24 (1973) 61.
- 10) F.W.Dyson; Phil.Trans A 184 (1893) 1041.